Methodische Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik



EUROPA LEHRMITTEL

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische Berufe

Rechenbuch Elektrotechnik

Methodische Lösungswege

Gültig ab 22. Auflage

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen und von Ingenieuren
(siehe Rückseite)

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30960

Autoren der Methodischen Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik:

Eichler, Walter	Otterberg
Feustel, Bernd	Kirchheim
Isele, Dieter	Lauterach
Käppel, Thomas	Münchberg
König, Werner	Boxberg
Neumann, Ronald	Oberkail
Tkotz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Klaus Tkotz

Bildentwürfe:

Die Autoren

Hinweise zur Buchbenutzung:

1. Die Bezeichnung der Lösungen erfolgte jeweils durch eine Zahlengruppe, gebildet aus der Seiten- und Aufgabennummer der betreffenden Aufgabe im Rechenbuch Elektrotechnik. So bedeutet z. B. **39/4.: Rechenbuch Elektrotechnik, Seite 39, Aufgabe 4**.
   Kommen Aufgabennummern auf einer Seite doppelt vor, so ist den Nummern der obenstehenden Aufgaben der Zusatz „oben", den Nummern der untenstehenden Aufgaben der Zusatz „unten" hinzugefügt.
2. Bei der Beurteilung von Aufgaben, in denen der Wert π vorkommt, können bei den Ergebnissen kleine Schwankungen auftreten.
3. Beim Auf- bzw. Abrunden der Ergebnisse wurden folgende Regeln für das Runden von Zahlen nach DIN 1333 angewandt:
   Ist die auf die letzte mitzuteilende Stelle folgende Ziffer 5 oder größer, so wird aufgerundet.
   Beispiele: $16{,}75 \approx 16{,}8$ $16{,}752 \approx 16{,}8$ $1{,}76 \approx 1{,}8$
   Ist die betreffende Ziffer kleiner als 5, so wird abgerundet.
   Beispiele: $41{,}34 \approx 41{,}3$ $41{,}349 \approx 41{,}3$
   Diese Regeln gelten nicht für das Geldwesen.

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, 73760 Ostfildern

22. Auflage 2020

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-3939-2

Alle Rechte vorbehalten: Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
http://www.europa-lehrmittel.de

Satz und Layout: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagidee: Klaus Tkotz
Umschlagfoto: Casio Europe GmbH
Druck: Medienhaus Plump GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Wegweiser Rechenbuch Elektrotechnik

Methodische Lösungswege

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Technische Mathematik	7
2	Physikalische Grundlagen	20
3	Elektrotechnische Grundlagen	30
4	Arbeiten mit Kennlinien	69
5	Elektrisches Feld	76
6	Magnetisches Feld	81
7	Wechselstrom- und Drehstromtechnik	88
8	Messtechnik	142
9	Elektronik	148
10	Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen	204
11	Anlagen- und Gebäudetechnik	209
12	Elektrische Maschinen	236
13	Regelungstechnik	263
14	Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung	268

Nützliches

Hinweise zur Buchbenutzung 2

Griechisches Alphabet . . . . . vordere Innenumschlagseite

Grundformeln Gleichstrom . . . hintere Innenumschlagseite

1 Technische Mathematik 7

1.2 Grundrechnungsarten ... 7
1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion ... 7
1.2.2 Multiplikation und Division ... 7
1.3 Rechnen mit Brüchen ... 8
1.4 Potenzen und Wurzeln ... 9
1.4.1 Potenzen ... 9
1.4.2 Wurzeln ... 10
1.5 Logarithmen ... 10
1.5.1 Rechnen mit Logarithmen ... 10
1.5.2 Logarithmische Maßstäbe ... 11
1.6 Gleichungen und Formeln ... 12
1.6.1 Arbeiten mit Gleichungen ... 12
1.6.2 Arbeiten mit Formeln ... 13
1.6.3 Verhältnisgleichungen, Dreisatzrechnen 13
1.6.4 Verhältnisgleichungen, Prozentrechnen 13
1.7 Funktionen ... 14
1.8 Rechnen am Dreieck ... 14
1.8.1 Satz des Pythagoras ... 14
1.8.2 Winkelfunktionen ... 15
1.8.3 Winkel im Grad- und Bogenmaß ... 16
1.8.4 Rechnen am beliebigen Dreieck ... 17
1.9 Runden ... 18

2 Physikalische Grundlagen 20

2.1 Vorsätze ... 20
2.2 Kreisumfang, gestreckte Länge ... 20
2.3 Flächen ... 21
2.4 Rauminhalt und Masse ... 22
2.5 Berechnung von Spulen ... 22
2.6 Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit ... 24
2.6.1 Gleichförmige Bewegung ... 24
2.6.2 Kreisförmige Bewegung mit konstanter Bahngeschwindigkeit ... 25
2.7 Kräfte ... 26
2.8 Moment und Hebel ... 27
2.9 Mechanische Arbeit ... 28
2.10 Mechanische Leistung ... 28

3 Elektrotechnische Grundlagen 30

3.1 Umrechnen von Einheiten ... 30
3.2 Stromstärke und Ladung ... 30
3.3 Elektrische Spannung ... 30
3.4 Widerstand und Leitwert ... 30
3.5 Ohmsches Gesetz ... 31
3.6 Stromdichte ... 32
3.7 Elektrischer Widerstand ... 33
3.7.1 Leiterwiderstand ... 33
3.7.2 Widerstand und Temperatur ... 33
3.7.3 Übertemperatur ... 35
3.8 Schaltung von Widerständen ... 35
3.8.1 Reihenschaltung von Widerständen ... 35
3.8.2 Parallelschaltung von Widerständen ... 37
3.8.3 Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen) ... 40
3.8.4 Spannungsteiler ... 48
3.8.5 Abgeglichene Brückenschaltung ... 51
3.8.6 Unabgeglichene Brückenschaltung ... 52
3.9 Elektrische Leistung und Arbeit ... 53
3.9.1 Elektrische Leistung ... 53
3.9.2 Elektrische Arbeit ... 56
3.9.3 Leistungsbestimmung mit dem Zähler ... 56
3.9.4 Wirkungsgrad ... 57
3.10 Wärmeenergie ... 58
3.10.1 Wärmemenge und Wassermischung ... 58
3.10.2 Elektrowärme und Wärmenutzungsgrad 59
3.11 Spannungserzeuger ... 60
3.11.1 Galvanische Elemente ... 60
3.11.2 Schaltung von Spannungserzeugern ... 60
3.11.3 Anpassung ... 62
3.11.4 Ersatzquellen ... 63
3.11.5 Laden und Entladen von Akkumulatoren 64
3.11.6 Fotovoltaik und Solarmodul ... 65

4 Arbeiten mit Kennlinien 69

4.1 Lineare Widerstände ... 69
4.2 Logarithmische Darstellung ... 70
4.3 Nichtlineare Widerstände ... 70
4.4 Ermittlung des Arbeitspunktes ... 72
4.4.1 Reihenschaltung linearer Widerstände ... 72
4.4.2 Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Widerstände ... 73
4.5 Statischer und differentieller Widerstand ... 75

5 Elektrisches Feld 76

5.1 Elektrische Feldstärke ... 76
5.2 Kapazität von Plattenkondensatoren ... 76
5.3 Ladung und Energie bei Kondensatoren 77
5.4 Schaltungen von Kondensatoren ... 78
5.5 Laden und Entladen von Kondensatoren ... 79
5.5.1 Kondensatorspannung und Zeit ... 79
5.5.2 Kondensatorstrom und Zeit ... 79

6 Magnetisches Feld 81

6.1 Größen des magnetischen Feldes ... 81
6.1.1 Durchflutung und Feldstärke ... 81
6.1.2 Magnetischer Fluss, magnetische Flussdichte, Permeabilität ... 82
6.1.3 Arbeiten mit Magnetisierungskennlinien 82
6.2 Magnetische Kreise ... 83
6.3 Magnetische Feldkräfte ... 85
6.4 Elektromagnetische Induktion ... 86
6.5 Spule an Gleichspannung ... 87

7 Wechselstrom- und Drehstromtechnik 88

7.1 Kenngrößen der Wechselstromtechnik 88
7.2 Winkel und Winkelfunktionen ... 88
7.3 Augenblickswert sinusförmiger Wechselspannungen und Wechselströme ... 89
7.4 Addition sinusförmiger Wechselgrößen gleicher Frequenz ... 91
7.4.1 Addition von Wechselgrößen im Zeigerbild ... 91
7.4.2 Addition sinusförmiger Wechselgrößen im Liniendiagramm ... 92

7.5 Wechselstromkreis mit idealen Widerständen ... 94
7.5.1 Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis (Wirkwiderstand) ... 94
7.5.2 Induktivität im Wechselstromkreis (ideale Spule) ... 95
7.5.3 Kapazität im Wechselstromkreis (idealer Kondensator) ... 96
7.5.4 Schaltungen von idealen Induktivitäten und idealen Kapazitäten ... 97
7.6 Reihenschaltungen bei gemischter Belastung ... 100
7.6.1 Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand in Reihe ... 100
7.6.2 Verlustwinkel und Gütefaktor einer Spule ... 102
7.6.3 Reihenschaltung realer Spulen ... 103
7.6.4 Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe ... 104
7.6.5 Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe ... 107
7.7 Parallelschaltungen bei gemischter Belastung ... 110
7.7.1 Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand parallel ... 110
7.7.2 Parallelschaltung mehrerer Spulen ... 112
7.7.3 Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel ... 115
7.7.4 Verlustwinkel und Gütefaktor eines Kondensators ... 117
7.7.5 Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel ... 118
7.8 Schwingkreise ... 121
7.8.1 Reihenschwingkreis ... 121
7.8.2 Parallelschwingkreis ... 121
7.9 Leistung bei Wechselstrom ... 122
7.10 Siebschaltungen ... 124
7.10.1 RL-Hochpass und RL-Tiefpass ... 124
7.10.2 RC-Hochpass und RC-Tiefpass ... 125
7.11 Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom) ... 127
7.11.1 Sternschaltung ... 127
Sternschaltung, symmetrische, gleichartige Last ... 127
Sternschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last ... 127
Sternschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last ... 129
7.11.2 Dreieckschaltung ... 130
Dreieckschaltung, symmetrische, gleichartige Last ... 130
Dreieckschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last ... 131
Dreieckschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last ... 133
7.11.3 Leistung bei Dreiphasenwechselstrom ... 135
7.12 Kompensation ... 139
7.12.1 Kompensation bei Wechselstromverbrauchern ... 139
7.12.2 Kompensation bei Drehstromverbrauchern ... 140

8 Messtechnik 142

8.1 Analoge Messgeräte ... 142
8.1.1 Anzeigefehler bei analogen Messgeräten ... 142
8.1.2 Eigenverbrauch von analogen Messgeräten ... 142
8.2 Digitale Messgeräte ... 143
Anzeige und Messfehler ... 143
8.3 Echteffektivwertmessung und Messkategorie ... 143
8.4 Indirekte Widerstandsermittlung ... 144
8.5 Messen über Messwandler ... 145
8.6 Messen mit dem Oszilloskop ... 146

9 Elektronik 148

9.1 Kühlung elektronischer Bauelemente ... 148
9.2 Leuchtdioden ... 149
9.3 Gleichrichter ... 151
9.3.1 Gleichrichterschaltungen ... 151
9.3.2 Glättung und Siebung ... 153
Glättung ... 153
Siebung ... 154
9.4 Bipolarer Transistor ... 154
9.4.1 Kennwerte ... 154
9.4.2 Arbeiten mit Transistorkennlinien ... 155
9.4.3 Arbeitspunkteinstellung ... 158
9.4.4 Arbeitspunktstabilisierung ... 160
9.4.5 Wechselstromverstärker in Emitterschaltung ... 161
9.5 Spannungsstabilisierung ... 164
9.5.1 Z-Dioden ... 164
9.5.2 Parallelstabilisierung mit Z-Diode ... 165
9.5.3 Reihenstabilisierung ... 166
9.5.4 Spannungsstabilisierung mit Spannungsreglern ... 168
9.6 Transistor als Schalter ... 169
9.7 Kippschaltungen ... 171
9.7.1 Astabile Kippschaltung ... 171
9.7.2 Monostabile Kippschaltung ... 172
9.7.3 Schmitt-Trigger ... 173
9.8 Feldeffekttransistor (FET) ... 175
9.8.1 Kenngrößen des Feldeffekttransistors ... 175
9.8.2 Einstellung des Arbeitspunktes ... 175
9.8.3 Arbeiten mit Kennlinien beim Feldeffekttransistor ... 176
9.9 Operationsverstärker ... 177
9.9.1 Invertierender Operationsverstärker ... 177
9.9.2 Nichtinvertierender Operationsverstärker ... 177
9.9.3 Summierverstärker (Addierer) ... 178
9.9.4 Differenzverstärker (Subtrahierer) ... 180
9.9.5 Integrierer ... 181
9.9.6 Differenzierer ... 183
9.10 Thyristor und Triac ... 184
9.10.1 Zünden von Thyristoren und Triacs ... 184
9.10.2 Gesteuerte Gleichrichter ... 184
9.10.3 Wechselstromsteller, Vielperiodensteuerung ... 186
9.11 Digitaltechnik ... 187
9.11.1 Zahlensysteme ... 187

Umwandlung von Dual- und Sedezimalzahlen in Dezimalzahlen 188
Umwandlung von Dezimal- in Dual- oder in Sedezimalzahlen 189
Umwandlung von Sedezimalzahlen und Dualzahlen 189
9.11.2 Rechnen mit Dualzahlen 190
9.11.3 BCD-Code 191
9.11.4 Schaltalgebra 192
Rechenregeln für eine Variable und Umkehrterme 192
Kommutativgesetze 192
Assoziativgesetze 192
Distributivgesetze 192
Umkehrgesetze für mehrere Variablen . 193
Schaltungen in NAND- oder in NOR-Technik 193
9.11.5 Analyse und Synthese von Binärschaltungen 194
Analyse von Binärschaltungen 194
Synthese von Binärschaltungen 196
9.11.6 Minimieren von Schaltnetzwerken 197
Algebraisches Minimieren 197
KV-Diagramm 199
9.12 Datenmengen und Datenübertragungsrate 203
9.12.1 Datenmengen 203
9.12.2 Datenübertragungsrate 203

10 Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen 204

10.1 Schutzmaßnahmen 204
10.1.1 Fehlerstromkreis 204
10.1.2 Isolationswiderstand von Fußböden oder Wänden 204
10.1.3 Schutzmaßnahmen im TN-System 205
10.1.4 Schutzmaßnahmen im TT-System 206
10.1.5 Kurzschlussschutz von isolierten Leitungen und Kabeln 207
10.1.6 Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD) .. 208

11 Anlagen- und Gebäudetechnik 209

11.1 Leitungen 209
11.1.1 Unverzweigte Leitungen für Gleichstrom 209
11.1.2 Unverzweigte Leitungen für Wechselstrom 210
11.1.3 Unverzweigte Leitungen für Drehstrom 212
11.1.4 Verzweigte Leitungen für Wechselstrom 214
11.1.5 Verzweigte Leitungen für Drehstrom ... 216
11.1.6 Ringleitungen 218
11.1.7 Leitungen mit Oberschwingungen 219
11.2 Beleuchtungstechnik 223
11.2.1 Lichtstrom und Lichtausbeute 223
11.2.2 Energieeffizienzklasse 223
11.2.3 Beleuchtungsstärke und Beleuchtungswirkungsgrad 224
11.2.4 Lichtstärke und Lichtstärkeverteilung .. 225
11.2.5 Entfernungsgesetz 225
11.2.6 Leuchtdichte 227
11.2.7 Raumindex 227
11.2.8 Beleuchtungswirkungsgrad bei Innenraumbeleuchtung 227
11.2.9 Ermittlung der Lampenzahl nach dem Wirkungsgradverfahren 228
11.3 Antennentechnik 228
11.3.1 Verstärkungsfaktor, Dämpfungsfaktor .. 228
11.3.2 Verstärkungsmaß, Dämpfungsmaß 229
11.3.3 Pegel 230
11.3.4 Mechanische Sicherheit von Antennenstandrohren 231
11.4 Kostenrechnen 232
11.4.1 Rechnungspreis und Gewinn 232
11.4.2 Kostenarten 233
11.5 Handelskalkulation 233
11.6 Angebotserstellung 234

12 Elektrische Maschinen 236

12.1 Transformatoren 236
12.1.1 Einphasentransformatoren 236
Übersetzung der Spannung 236
Übersetzung der Stromstärke 236
Übersetzung des Widerstandes 237
Transformatorhauptgleichung 238
Wirkungsgrad von Transformatoren ... 239
Kurzschlussspannung und Kurzschlussstrom 241
Spartransformatoren für Einphasenwechselstrom 242
Berechnung von Kleintransformatoren . 242
12.1.2 Transformatoren für Dreiphasenwechselstrom 244
Übersetzung der Spannung 244
Parallelschalten von Transformatoren .. 246
12.2 Antriebstechnik 247
12.2.1 Leistung, Drehzahl und Drehmoment .. 247
12.2.2 Einfache Übersetzungen 248
12.2.3 Mehrfache Übersetzung 250
12.2.4 Antriebe mit Servomotoren 251
12.3 Umlaufende elektrische Maschinen ... 252
12.3.1 Drehfelddrehzahl 252
12.3.2 Synchronmaschine 253
12.3.3 Zahnläufer und Schrittmotor 254
12.3.4 Drehstromasynchronmotor 255
12.3.5 Wechselstromasynchronmotor 258
12.3.6 Gleichstrommotoren 259
Fremderregter Gleichstrommotor 259
Gleichstrom-Nebenschlussmotor 260
Gleichstrom-Reihenschlussmotor 261
12.3.7 Gleichstromgeneratoren 262

13 Regelungstechnik 263

13.1 Unstetiges Regeln 263
13.2 Stetiges Regeln 265
13.2.1 Regeln mit Proportionalverhalten 265
13.2.2 Operationsverstärker als Regler 266
13.2.3 Einstellen eines stetigen Reglers 267

14 Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung 268

1 Technische Mathematik

1.2 Grundrechnungsarten

1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion

10/1. **a)** $(3+7)+1 = 3+(7+1) = (3+1)+7 = 3+(1+7) =$
$10+1 = 3+8 = 4+7 = 3+8 =$ **11**

b) $(11+9)-5 = 11+(9-5) = (11-5)+9 = 11+(-5+9) =$
$20-5 = 11+4 = 6+9 = 11+4 =$ **15**

c) $2+3+4 = (2+3)+4 = 2+(3+4) = (2+4)+3 = 2+(4+3) =$
$5+4 = 2+7 = 6+3 = 2+7 =$ **9**

d) $8+2+4 = (8+2)+4 = 8+(2+4) = (8+4)+2 = 8+(4+2) =$
$10+4 = 8+6 = 12+2 = 8+6 =$ **14**

e) $(11+14)+(16+19) = 11+(14+16)+19 =$
$(11+19)+(14+16) = (19+14)+(11+16) =$ **60**

10/2. **a)** $400-(46+18-120+14+52-16) = 400-(46+14+52+18-120-16) =$
$= 400-(-6) =$ **406**

$400-46-18+120-14-52+16 = 400+120+16-(46+14+18+52) = 536-130 =$ **406**

b) $647-123-(79-68+37+21-67+20) = 647-123-(79+21+37+20-68-67) =$
$= 524-22 =$ **502**

$647-123-79+68-37-21+67-20 = 647+68+67-(123+37+79+21+20) =$
$= 782-280 =$ **502**

c) $288-(50-12+88)-12-90-180 = 288-126-(12+90+180) =$
$= 288-126-282 =$ **-120**

$288-50+12-88-12-90-180 = 288+12-(50+88+12+90+180) =$
$= 300-420 =$ **-120**

d) $368-(152-32-77)-(28+103-120) = 368-43-11 = 368-(43+11) =$ **314**

$368-152+32+77-28-103+120 = (368+32+77+120)-(152+28+103) =$
$= 597-283 =$ **314**

10/3. **a)** $5a+6x+4a+3b+4x = 5a+4a+3b+6x+4x =$ **$9a+3b+10x$**

b) $9x+3y+2+5x+7y+4 = 9x+5x+3y+7y+2+4 =$ **$6+14x+10y$**

c) $8{,}7a+21{,}2n+5{,}3a+12{,}4n = 8{,}7a+5{,}3a+21{,}2n+12{,}4n =$ **$14a+33{,}6n$**

1.2.2 Multiplikation und Division

11/1. **a)** $3a \cdot 5b =$ **$15ab$** **b)** $8c \cdot 3ab =$ **$24abc$**

c) $3 \cdot 4{,}5a \cdot 3bc + 4ac \cdot 3b = 40{,}5abc + 12abc =$ **$52{,}5abc$**

d) $4{,}5ab \cdot 8x - 2{,}5ax \cdot 9b + 5bx \cdot 3a = 36abx - 22{,}5abx + 15abx =$ **$28{,}5abx$**

11/2. **a)** $8 \cdot (-5b) =$ **$-40b$** **b)** $4b \cdot (-e) =$ **$-4be$** **c)** $(-10a) \cdot (-12x) =$ **$120ax$**

d) $(-n) \cdot (-m) \cdot (-x) =$ **$-nmx$** **e)** $(-2x) \cdot 3y \cdot (-4z) =$ **$24xyz$** **f)** $0{,}5x \cdot (-0{,}3y) \cdot 4 =$ **$-0{,}6xy$**

g) $40 : (-8) =$ **-5** **h)** $(-63c) : (-9) =$ **$7c$** **i)** $(24 : 4) : 2 =$ **3**

j) $[24 : (-4)] : 2 =$ **-3** **k)** $[(-24) : (-4)] : 2 =$ **3** **l)** $[(-24) : (-4)] : (-2) =$ **-3**

11/3. **a)** $(a+3) \cdot 6 =$ **$18+6a$** **b)** $(a-b) \cdot 7 =$ **$7a-7b$**

c) $8 \cdot (2a-5b+6) =$ **$48+16a-40b$** **d)** $(8+4x-a) \cdot (-4) =$ **$-32+4a-16x$**

e) $(a+b) \cdot 5 + 4 \cdot (a-b) =$ **$9a+b$** **f)** $(2a+3b) \cdot 2c + 4bc =$ **$4ac+10bc$**

g) $(y-9) \cdot (x-3) =$ **$27+xy-9x-3y$** **h)** $(n-3) \cdot (a+6) =$ **$an+6n-3a-18$**

11/4. **a)** $25 \cdot 12 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25 = 25 \cdot (12 + 15 - 2) = 25 \cdot 25 = \mathbf{625}$

b) $ax - 4az + 7ay = \mathbf{a \cdot (x + 7y - 4z)}$

c) $24ab - 12by + 48ab = 12b \cdot (2a - y + 4a) = \mathbf{12b \cdot (6a - y)}$

d) $25ab + 125ac + 100ax = \mathbf{25a \cdot (b + 5c + 4x)}$

e) $5bx - 2bx - 15bx = bx \cdot (5 - 2 - 15) = \mathbf{-12bx}$

f) $am + bm - cm + zm = \mathbf{m \cdot (a + b - c + z)}$

g) $(a + b) \cdot x + (a + b) \cdot y = \mathbf{(a + b) \cdot (x + y)}$

h) $(b - c) \cdot y + b - c = \mathbf{(b - c) \cdot (y + 1)}$

i) $(a - b) \cdot x + (a - b) \cdot y = \mathbf{(a - b) \cdot (x + y)}$

1.3 Rechnen mit Brüchen

12/1. **a)** $\frac{1}{4} - \frac{3}{14} - \frac{3}{35} = \frac{1 \cdot 35}{4 \cdot 35} - \frac{3 \cdot 10}{14 \cdot 10} - \frac{3 \cdot 4}{35 \cdot 4} = \frac{35 - 30 - 12}{140} = -\frac{7}{140} = -\mathbf{\frac{1}{20}} = \mathbf{-0{,}05}$

b) $\frac{9}{14} - \frac{1}{42} - \frac{17}{28} + \frac{2}{7} = \frac{9 \cdot 6}{14 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 2}{42 \cdot 2} - \frac{17 \cdot 3}{28 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 12}{7 \cdot 12} = \frac{54 - 2 - 51 + 24}{84} = \mathbf{\frac{25}{84}} = \mathbf{0{,}298}$

c) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{35} = \mathbf{\frac{3}{14}} = \mathbf{0{,}214}$ **d)** $18 : \frac{24}{35} = \mathbf{\frac{105}{4}} = \mathbf{26{,}25}$ **e)** $\frac{121}{27} : \frac{66}{45} = \mathbf{\frac{55}{18}} = \mathbf{3{,}056}$

12/2. **a)** $\frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{7}{\frac{4 + 3}{12}} = \frac{7 \cdot 12}{7} = \mathbf{12}$

b) $\frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{15 - 8}{20}} = \mathbf{\frac{20}{7}} = \mathbf{2{,}857}$

c) $\frac{-22}{\frac{1}{8} - \frac{5}{18}} = \frac{-22}{\frac{9 - 20}{72}} = \frac{-22 \cdot 72}{-11} = \mathbf{144}$

d) $\frac{104glm}{130gm} = \mathbf{\frac{4l}{5}}$

e) $\frac{28ef}{-84ef} = -\mathbf{\frac{1}{3}}$

f) $\frac{-68kmr}{-102kr} = \mathbf{\frac{2m}{3}}$

12/3. **a)** $\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \mathbf{\frac{e + d}{e \cdot d}}$ **b)** $\frac{6}{t} - \frac{1}{s} = \mathbf{\frac{6s - t}{st}}$ **c)** $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc} = \mathbf{\frac{3c + 2a}{abc}}$

d) $\frac{15}{k} - 3 + \frac{7}{l} = \mathbf{\frac{15l - 3kl + 7k}{kl}}$ **e)** $\frac{3}{uv} + \frac{12}{uw} - 15 = \frac{3w + 12v - 15uvw}{uvw} = \mathbf{\frac{3\,(w + 4v - 5uvw)}{uvw}}$

12/4. **a)** $\frac{2f}{3r} + \frac{g}{2s} - \frac{5h}{rs} = \mathbf{\frac{4fs + 3gr - 30h}{6rs}}$

b) $\frac{5l}{6a} - k + \frac{h}{12ab} + \frac{5l}{18a} = \frac{30bl - 36abk + 3h + 10bl}{36ab} = \mathbf{\frac{40bl - 36abk + 3h}{36ab}}$

c) $\frac{6ab}{38cd} \cdot \frac{57}{48a} = \mathbf{\frac{3b}{16cd}}$ **d)** $\frac{32b}{21cd} : \frac{20ab}{49d} = \frac{32b \cdot 49d}{21cd \cdot 20ab} = \mathbf{\frac{56}{15ac}}$

12/5. **a)** $\frac{6x - 30}{8} : \frac{5x - 25}{20y - 4} = \frac{(6x - 30) \cdot (20y - 4)}{8 \cdot (5x - 25)} = \frac{24 \cdot (x - 5) \cdot (5y - 1)}{40 \cdot (x - 5)} = \mathbf{\frac{3 \cdot (5y - 1)}{5}}$

b) $\dfrac{1-6v}{14s-2} : \dfrac{36v-6}{8-56s} = \dfrac{(1-6v)\cdot(8-56s)}{(14s-2)\cdot(36v-6)} = \dfrac{-(6v-1)\cdot 8\cdot(1-7s)}{-2\,(1-7s)\cdot 6\cdot(6v-1)} = \mathbf{\dfrac{2}{3}}$

c) $\dfrac{1}{\frac{2}{m}+\frac{3}{n}} = \dfrac{1}{\frac{2n+3m}{mn}} = \mathbf{\dfrac{mn}{2n+3m}}$ **d)** $\dfrac{15a+10}{\frac{3}{2}+\frac{1}{a}} = \dfrac{5\cdot(3a+2)}{\frac{3a+2}{2a}} = \mathbf{10a}$

1.4 Potenzen und Wurzeln

1.4.1 Potenzen

13/1. **a)** x^6 **b)** b^{2x+2} **c)** 10^{3x} **d)** $7d^{-2}$ **e)** $3x^{-3}\cdot y^6$ **f)** 2^{-2x}

13/2. **a)** a^2+2a+1 **b)** $16y^2-40y+25$ **c)** $9+12b+4b^2$
d) $x^2+2xy+y^2$ **e)** $x^2-2xy+y^2$ **f)** $4r^2+12rs+9s^2$

13/3. **a)** $(a+b)\cdot(a+b) = \mathbf{a^2+2ab+b^2}$ **b)** $(a-b)\cdot(a-b) = \mathbf{a^2-2ab+b^2}$
c) $(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b) = \mathbf{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$
d) $(a-b)\cdot(a-b)\cdot(a-b) = \mathbf{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$
e) $(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b) = \mathbf{a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4}$
f) $(a-b)\cdot(a-b)\cdot(a-b)\cdot(a-b) = \mathbf{a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4}$

13/4. **a)** $\dfrac{4t^2}{9}$ **b)** $\dfrac{125}{8b^3}$ **c)** $\dfrac{16y^2}{49x^2}$ **d)** $\dfrac{4}{x^2+2x+1}$ **e)** $\dfrac{25-10x+x^2}{25+10x+x^2}$

13/5. **a)** x^{10} **b)** y^6 **c)** 10^{2x} **d)** 2^{5y} **e)** 10^{2x+2} **f)** 2^{3y-6}

13/6. **a)** 9; 900; 90 000 **b)** 64; 6400; 640 000; 64 000 000
c) 49; 0,49; 0,0049 **d)** 81; 0,81; 0,0081; 0,000081
e) 8; 8000; 8 000 000 **f)** 0,125 ; 125; 125 000; 125 000 000
g) – 1000; – 0,001 **h)** – 64; – 0,064; – 0,000064

13/7. **a)** $4\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^2 = 20\cdot 10^{-1} = \mathbf{2}$ **b)** $35\cdot 10^{-3}\cdot 6\cdot 10^4 = 210\cdot 10^1 = 2100 = \mathbf{2{,}1\cdot 10^3}$
c) $48\cdot 10^{-5}\cdot 75\cdot 10^4 = 3600\cdot 10^{-1} = \mathbf{360}$ **d)** $24\cdot 10^{-6}\cdot 15\cdot 10^2 = 360\cdot 10^{-4} = \mathbf{36\cdot 10^{-3}}$
e) $16\cdot 10^{-5}\cdot 45\cdot 10^3 = 720\cdot 10^{-2} = \mathbf{7{,}2}$ **f)** $6\cdot 10^2/(12\cdot 10^3) = 0{,}5\cdot 10^{-1} = \mathbf{50\cdot 10^{-3}}$
g) $48\cdot 10^1/(16\cdot 10^4) = \mathbf{3\cdot 10^{-3}}$ **h)** $20\cdot 10^{-3}/(5{,}5\cdot 10^3) = \mathbf{3{,}6364\cdot 10^{-6}}$
i) $72\cdot 10^{-4}/(36\cdot 10^2) = \mathbf{2\cdot 10^{-6}}$ **j)** $42\cdot 10^{-5}/(35\cdot 10^3) = \mathbf{12\cdot 10^{-9}}$

13/8. **a)** $10^{2+7+3-5} = \mathbf{10^7}$ **b)** $10^{3-9+3} = \mathbf{10^{-3}}$ **c)** $10^{2-12+7+2} = \mathbf{10^{-1}}$
d) $10^{5-2+12-9} = \mathbf{10^6}$

13/9. **a)** $\dfrac{48\,000\cdot 500}{0{,}06} = \dfrac{48\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^2}{6\cdot 10^{-2}} = \mathbf{40\cdot 10^7}$

b) $\dfrac{34\,000\cdot 05}{50\,000} = \dfrac{34\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^{-1}}{5\cdot 10^4} = 34\cdot 10^{-2} = \mathbf{0{,}34}$

c) $\dfrac{0{,}0078\cdot 0{,}025}{13\,000\cdot 0{,}0005} = \dfrac{78\cdot 10^{-4}\cdot 25\cdot 10^{-3}}{13\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^{-4}} = \mathbf{30\cdot 10^{-6}}$

d) $\dfrac{56\,000\cdot 0{,}005}{35\,000} = \dfrac{56\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^{-3}}{35\cdot 10^3} = \mathbf{8\cdot 10^{-3}}$